

## АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА

### Теорија

- а) Написати формуле које описују трансформације координата вектора и тачака.  
б) Дат је правилан шестоугао  $ABCDEF$ . Одредити координате свих његових темена у односу на координатни систем  $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$ .
- а) Написати дефиницију и особине скаларног производа.  
б) Коришћењем скаларног производа доказати да се висине троугла секу у једној тачки.
- а) Написати формулу за израчунавање растојања тачке  $A(x_A, y_A, z_A)$  од праве  
$$p: \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} = \frac{z - z_0}{u_3}.$$
  
б) Доказати ову формулу.

### Задаци

- Тачке  $M$  и  $N$  припадају редом страницама  $BC$  и  $CD$  паралелограма  $ABCD$  тако да важи  $MC = 2BM$  и  $CN = 3ND$ . Нека је тачка  $P$  пресек дужи  $AM$  и  $BD$ , а  $Q$  пресек дужи  $AN$  и  $BD$ . Одредити однос  $PQ/BD$ .
- Ако су  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  линеарно независни вектори, доказати да су вектори  
$$\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + 4\vec{c}, \quad \vec{n} = \vec{a} - 2\vec{b}, \quad \vec{p} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c},$$
линеарно зависни.
- Дат је троугао  $\triangle ABC$  и тачке  $M, N, P$  такве да важи  $\vec{AB} = 2\vec{AM}$ ,  $\vec{BC} = 3\vec{BN}$  и  $\vec{CA} = 2\vec{CP}$ . Одредити односе површина троуглова  $\triangle ABC$  и  $\triangle MNP$ .
- Дати су вектори  $\vec{a} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, 3)$ ,  $\vec{c} = (1, 2, 1)$ . Одредити угао између вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , векторски производ вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  и запремину паралелепипеда конструисаног над векторима  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .
- Дат је паралелограм  $ABCD$ . Нека су  $E$  и  $F$  тачке за које важи  $3\vec{DE} = \vec{DC}$ ,  $\vec{DF} = 2\vec{DC}$ . У равни паралелограма дата су два афина координатна система: систем  $Axy$  чији је координатни почетак тачка  $A$ , а координатни вектори  $\vec{AB}$  и  $\vec{AD}$  и систем  $Bx'y'$ , са координатним почетком  $B$  и координатним векторима  $\vec{BE}$  и  $\vec{BF}$ . Изразити координате  $(x, y)$  произвољне тачке  $M$  у односу на систем  $Axy$  помоћу координата  $(x', y')$  које иста тачка има у систему  $Bx'y'$ .
- Одредити реалан параметар  $\lambda$  тако да се праве  $p: \frac{x-2}{4} = \frac{y-2}{\lambda} = \frac{z-1}{-1}$  и  $q: \frac{x+2}{6} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$  секу, као и једначину равни која их садржи.
- Одредити пресек праве  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$  и равни  $2x + 3y - z + 5 = 0$ , а затим и једначину нормале на дату раван, ако та нормала садржи добијену пресечну тачку.